

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
ГОРОДСКОГО ОКРУГА ТОЛЬЯТТИ
«ШКОЛА С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ ОТДЕЛЬНЫХ
ПРЕДМЕТОВ № 10»**

**Аннотация к программе платных
образовательных услуг
«Избранные вопросы по математике»
для 11 класса**

Тольятти

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Курс «Избранные вопросы по математике» предназначен для учащихся 11 классов и ориентирован на углубленное изучение математики учащимися.

Актуальность программы

Углубленное изучение математики предусматривает формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие математических способностей, ориентацию на профессию, существенно образом связанные с математикой, подготовку к обучению в вузе.

Для этого в программу включаются задачи, решаемые нестандартными методами, задачи прикладного характера. С помощью данного курса учащиеся могут углубить свои представления о математических понятиях, расширить кругозор, познакомившись с понятиями и фактами, которых нет в учебнике.

Данная дополнительная образовательная программа направлена не только на углубление, обобщение знаний и умений учащихся по математике, но также на расширение и знакомство учащихся с одним из важнейших направлений развития современной математики – **теорией групп**.

Как известно, группа является примером структуры, имеющей наиболее богатые приложения в различных областях математики, физики, химии, биологии и техники.

Структура группы является не только структурой, представляющей большой научный интерес, но и структурой, имеющей простые интерпретации на конечных множествах. К тому же, она практически часто встречается в школьном курсе математики, хотя явно нигде о ней не говорят.

П.С. Александров писал: «Я думаю, что ... понятия **числа, множества, функции и группы** являются теми четырьмя краеугольными камнями, на которых зиждется все здание современной математики и к которым сводится всякое другое математическое понятие».

Группы играли большую роль уже в теории французского математика Эвариста Галуа (1811-1832), в вопросе о разрешимости уравнений в радикалах. Сейчас же они являются важным орудием в теории полей, во многих разделах геометрии, в топологии, а также и вне математики – в кристаллографии, в теоретической физике. Вообще, по широте области приложений теория групп занимает среди всех ветвей алгебры следующее после линейной алгебры место.

Группы – одна из старейших и богатейших по результатам область, играющая фундаментальную роль в геометрии и в приложениях математики к вопросам естествознания. Сам термин «группа» принадлежит Галуа – подлинному создателю теории групп. Понятие группы было введено в математику Лагранжем (1770).

Новизна программы состоит в том, что она знакомит учащихся с идеей математической структуры (на примере простейшей – группы). Содержание материала, представленного в дополнительной программе, ранее нигде в курсе математики средней школы не изучалось.

Актуальность предлагаемой программы определяется следующими соображениями:

1. Важной особенностью современной математики является возросшая роль аксиоматического метода, применение которого привело не только к широкой математизации науки и техники, но и открыло пути к установлению новых связей между различными

разделами самой математики. Н.Бурбаки¹ удалось воссоздать «архитектуру единого здания математической науки», показать, что фундаментом этого здания являются понятия множества и структур, а цементирующим средством – основные понятия логики и аксиоматический метод.

2. Работами психолога Ж. Пиаже была установлена аналогия между архитектурой математики как науки и «архитектурой» развивающего мышления.

Педагогическая целесообразность предлагаемой программы объясняется следующими мотивами:

1. Существует большое число простых и конкретных систем, иллюстрирующих аксиоматику группы на знакомом учащимся материале, причем многие из них являются весьма наглядными.

2. Аксиоматика группы может быть легко установлена школьниками индуктивно, посредством изучения одной из иллюстрирующих ее конкретных систем.

3. Многие дедуктивные выводы из аксиом группы просты и изящны.

4. Весьма небольшое число аксиом оказывается достаточным для рассмотрения разных теорем, сразу приводящих к интересным результатам.

Цель и задачи дополнительной образовательной программы:

- формирование у учащихся целостных, правильных представлений о предмете современной алгебры, его идеях и методах;

- широкий показ учащимся мировоззренческого, эстетического и практического значения современной алгебры как области математической науки;

- знакомство учащихся с историей развития алгебры и историей математических идей;

В.М. Тихомиров в своей статье² писал, что «Трудно оспорить, что любой человек достоин того, чтобы он с раннего детства научился ценить материальные и духовные достижения человечества... Умение ценить интеллектуальные «создания» также должно быть присуще любому человеку».

На примере биографий ученых Абеля, Галуа, теорем Лагранжа, Кэли и других теоремах теории групп можно познакомить учащихся с лучшими образцами истории идей и открытий.

- развитие мыслительных, творческих способностей учащихся.

Отличительные особенности данной дополнительной образовательной программы:

- преемственность между основными понятиями базового и дополнительного курсов математики, такими, как функция, числовые операции, числовые множества (натуральных, целых, рациональных, действительных чисел) и преобразования, алгебраические операции, группы;

- простота и разнообразие примеров и задач, иллюстрирующих основные понятия темы;

- новая трактовка основных понятий традиционного школьного курса;

- показ единства алгебры и геометрии;

¹ Псевдоним группы французских математиков. См.: Бурбаки Н. Архитектура математики /Математическое просвещение, 1960.- №5. С. 101.

² Тихомиров В.М. Геометрия в современной математике и математическом образовании // Математика в школе. -1993.-№4. С. 3-9.

- разумное сочетание теории и практики, истории математики и истории научных идей и открытий.

Сроки реализации дополнительной образовательной программы: Дополнительная образовательная программа рассчитана на 1 год (68 часов).

Формы и режим занятий: Форма занятия: урок-лекция; урок-практикум; урок самостоятельного решения задач; урок обобщения. Режим занятий – 1 раз в неделю 2 часа.

Режим занятий: 1 раз в неделю по 40 минут

Программа рассчитана на 1 год, 68 часа.

Наполняемость групп – от 12 человек.

Форма обучения – очная

Занятия проводятся по желанию учащихся и их семей и направлены на реализацию различных форм ее организации, отличных от урочной системы обучения.

Направленность дополнительной образовательной программы научно-познавательная.

Формы занятий:

- лекции;
- практические занятия, дидактических и раздаточных материалов.
- самостоятельная работа (индивидуальная и групповая);

Возраст воспитанников – 16 – 17 лет. (11 класс)

Основные методы и технологии

- технология разноуровневого обучения;
- развивающее обучение;
- технология обучения в сотрудничестве;
- коммуникативная технология.

Выбор технологий и методик обусловлен необходимостью дифференциации и индивидуализации обучения в целях развития универсальных учебных действий и личностных качеств школьника.

Формы контроля знаний учащихся:

- практическая работа индивидуальная, в паре или группе;
- тест;
- творческие работы учащихся;
- контрольная работа.

Ожидаемые результаты и способы определения их результативности.

В результате изучения дополнительной образовательной программы учащиеся должны:

Знать:

- правильно употреблять новые термины, связанные с основными понятиями теории групп: алгебраическая операция; бинарная операция, коммутативность, ассоциативность, обратимость; нули, единицы, нейтральный элемент, обратный элемент; группа, подгруппа; нормальный делитель группы, фактор-группа; мультипликативная и аддитивная группы; симметрическая и знакопеременная группы; циклическая группа; порядок группы; таблица Кэли;

- основные простейшие свойства групп; теорему Лагранжа;
- вклад Галуа в создании теории групп.

Уметь:

- определять, задана ли алгебраическая операция на данном множестве;

- уметь исследовать алгебраические операции (нахождение нулей и единиц; установление свойств коммутативности, ассоциативности, обратимости);

- читать и строить таблицу Кэли для разных множеств и заданных на них операциях;
- проверять, будет ли данное множество с заданной на нем операцией группой, подгруппой;
- уметь находить подгруппы заданной группы;
- уметь определять порядок группы и порядок элемента группы;
- уметь применять теорему Лагранжа к решению задач;
- уметь строить факторгруппы.

Формы проведения итогов реализации дополнительной образовательной программы (выставки, фестивали, соревнования, учебно-исследовательские конференции и т.д.):

Основными формами проведения итогов реализации данной дополнительной образовательной программы являются следующие:

- учебно-исследовательская конференция;
- тест-рейтинговая олимпиада.

На учебно-исследовательской конференции предусматривается выставка творческих работ учащихся по изучаемым темам программы; выступления учащихся с докладами по результатам отбора лучших работ.

Тест - рейтинговая олимпиада проводится в виде соревнования «Интеллектуальный марафон» по темам программы.

Данная программа может быть использована как в общеобразовательных, так и в классах с углубленным и профильным изучением математики.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№	Содержание темы	Кол-во часов	Виды занятий
	ПОНЯТИЕ ГРУППЫ	20	
1	Простейшие понятия теории множеств	2	Урок-лекция. Урок-практика
2	Повороты и их умножение. Примеры	2	Урок-лекция. Урок-практика
3	Понятие алгебраической операции. Примеры. Свойства.	2	Урок-лекция. Урок-практика
4	Определение и примеры группы	4	Урок-лекция. Урок-практика. Урок самостоятельного решения задач. Урок обобщения
5	Простейшие теоремы о группах	4	Урок-лекция. Урок-практика. Урок самостоятельного решения задач. Урок обобщения
6	Мультипликативные группы	2	Урок-лекция. Урок-практика
7	Аддитивные группы	2	Урок-лекция. Урок-практика
8	Понятие подгруппы	2	Урок-лекция.

			Урок-практика.
	ГРУППЫ ПОДСТАНОВОК	12	
1	Определение и примеры групп подстановок	4	Урок-лекция. Урок-практика. Урок самостоятельного решения задач. Урок обобщения
2	Четные и нечетные подстановки	4	Урок-лекция. Урок-практика. Урок самостоятельного решения задач. Урок обобщения
3	Подгруппы группы подстановок	4	Урок-лекция. Урок-практика. Урок самостоятельного решения задач. Урок обобщения
	ИЗОМОРФНЫЕ ГРУППЫ	6	
1	Определение изоморфизма групп. Примеры	3	Урок-лекция. Урок-практика. Урок самостоятельного решения задач.
2	Теорема Кэли	3	Урок-лекция. Урок-практика. Урок обобщения
	ЦИКЛИЧЕСКИЕ ГРУППЫ	6	
1	Определение циклической группы. Примеры.	3	Урок-лекция. Урок-практика. Урок самостоятельного решения задач.
2	Конечные и бесконечные циклические группы	3	Урок-лекция. Урок-практика. Урок обобщения
	ПРОСТЕЙШИЕ ГРУППЫ САМОСОВМЕЩЕНИЙ	12	
1	Определение группы самосовмещений геометрических фигур	4	Урок-лекция. Урок-практика. Урок самостоятельного решения задач. Урок обобщения
2	Группы самосовмещений прямой и окружности	4	Урок-лекция. Урок-практика. Урок самостоятельного решения задач. Урок обобщения
3	Группы поворотов правильной и двойной пирамиды	4	Урок-лекция. Урок-практика. Урок самостоятельного решения задач. Урок обобщения
	ИНВАРИАНТНЫЕ ПОДГРУППЫ	6	
1	Определение и примеры нормальных де-	3	Урок-лекция.

	лителей		Урок-практика. Урок самостоятельного решения задач.
2	Сопряжённые элементы и подгруппы	3	Урок-лекция. Урок-практика. Урок обобщения
	ФАКТОРГРУППЫ	6	
1	Левосторонние и правосторонние классы	3	Урок-лекция. Урок-практика. Урок самостоятельного решения задач.
2	Определение и примеры факторгрупп	3	Урок-лекция. Урок-практика. Урок обобщения
	ИТОГО	68	

СОДЕРЖАНИЕ ИЗУЧАЕМОГО КУРСА

ПОНЯТИЕ ГРУППЫ (20 ч)

Простейшие понятия теории множеств. Повороты и их умножение. Примеры. Понятие алгебраической операции. Примеры. Свойства. Определение и примеры группы. Простейшие теоремы о группах. Простейшие теоремы о группах. Мультипликативные группы. Аддитивные группы. Понятие подгруппы.

Основная цель - познакомить учащихся с понятием группы и с простейшими теоремами о группах.

Понятие группы, также как и понятие функции, относится к фундаментальным понятиям современной математики. Оно опирается на начальные представления в области теории множеств. При изучении данного раздела целесообразно избегать крайней степени абстракции и общности, показывать разнообразные примеры, опираясь на известные учащимся числовые множества.

В данном разделе учащиеся знакомятся с примерами умножения поворотов правильного треугольника, клейновской группой четвёртого порядка, умножением поворотов квадрата, других правильных n -угольников. Все эти умножения будут представлены в новой для них записи – в виде таблиц Кэли, которая не только удобна и наглядна, но даёт представление о различных свойствах операции умножения.

В результате изучения данного раздела учащиеся должны понимать, что действие умножения преобразований произвольного множества M имеет ряд свойств, которые не зависят от природы элементов множества M . Эти свойства могут быть разными для разных совокупностей преобразований. Общим понятием, объединяющим различные примеры будет понятие алгебраической операции.

ГРУППЫ ПОДСТАНОВОК (12 ч.)

Определение и примеры групп подстановок. Чётные и нечётные подстановки. Подгруппы группы подстановок.

Основная цель - познакомить учащихся с одной из интересных групп – группой подстановки и изучить простейшие свойства группы подстановок на примере подстановок третьей степени.

ИЗОМОРФНЫЕ ГРУППЫ (6 ч.)

Определение изоморфизма групп. Примеры. Теорема Кэли.

Основная цель - познакомить учащихся с идеей изоморфизма групп.

ЦИКЛИЧЕСКИЕ ГРУППЫ (6 ч.)

Определение циклической группы. Примеры. Конечные и бесконечные циклические группы.

Основная цель – познакомить с определением циклической группы, рассмотреть примеры конечных и бесконечных циклических групп.

ПРОСТЕЙШИЕ ГРУППЫ САМОСОВМЕЩЕНИЙ (12 ч.)

Определение группы самосовмещений геометрических фигур. Группы самосовмещений прямой и окружности. Группы поворотов правильной и двойной пирамиды.

Основная цель – показать применение понятия группы в геометрии.

ИНВАРИАНТНЫЕ ПОДГРУППЫ (6 ч.)

Определение и примеры нормальных делителей. Сопряжённые элементы и подгруппы.

Основная цель - познакомить с понятием нормального делителя – как одного из видов подгрупп группы.

ФАКТОРГРУППЫ (6 ч.)

Левосторонние и правосторонние классы. Определение и примеры факторгрупп.

Основная цель - показать построение факторгруппы данной группы по её нормальному делителю.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Александрова Н.В. История математических терминов, понятий, обозначений: Словарь – справочник. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Издательство ЛКИ, 2007. – С.39.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры, 13-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2004.- 432 с.– (Учебники для вузов. Специальная литература).
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры: Учебник для вузов. – М.: Физматлит, 1994. – 320 с.
4. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы.- М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001.- 352 с.
5. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре: Учебное пособие для вузов. 2-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2002.- 416 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
6. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. Изд. второе, переработанное и дополненное. – М.: Просвещение, 1966. – 335 с.
7. Нечаев В.А. Задачник – практикум. Группы. Кольца. Поля. Векторные и евклидовы пространства. Линейные отображения. – М.: Просвещение, 1983. –120 с.
8. Монахов В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов: учеб.пособие / В.С. Монахов. – Мн.: Выш. шк., 2006. – 207 с.
9. Элементы теории групп: Методические рекомендации к изучению курса «Алгебра и теория чисел» (Сост.: к.ф.-м.н., доц.. Можан Н.Н., ст. преп. Шатова Н.Д.) - Тара, 1998. - 36 с.
10. Справочная математическая библиотека под общей редакцией Л.А. Люстерника и А.Р. Янпольского. Высшая алгебра: Линейная алгебра, многочлены, общая алгебра / А.П. Мишина и И.В. Проскуряков. Под ред. П.К. Рашевского. – М.: Физматлит, 1962. – 300 с.
11. Шнеперман Л.Б. Курс алгебры и теории чисел в задачах и упражнениях: Ч.1.: учеб. пособие для физ-мат.фак. пед.ин-тов. – Мн. Выш.шк., 1986.- 272 с.

**Тематика исследовательских работ учащихся
по дополнительной образовательной программе**

Предлагаемые ниже темы исследовательских работ могут быть использованы учащимися при выполнении индивидуальных творческих заданий или в качестве научно-исследовательских работ.

Темы выдаются в начале изучения программы. Лучшие работы в конце года отбираются на научную конференцию учащихся.

1. Полугруппы.

План работы:

1. Определение полугруппы.
2. Примеры полугрупп.
3. Основные свойства полугрупп.

Рекомендуемая литература:

1. Калужнин Л.А., Суцанский В.И. Преобразования и перестановки: пер. с укр. – М.: Наука. – 1979. – С. 31-37.
2. Ляпин Е.С. Полугруппы.- М., 1960.
3. Клиффорд А., Престон Г. Алгебраическая теория полугрупп. Пер. с англ. В.А. Баранского и В.Г. Житомирского /Под ред Л.Н. Шеврина. – Т.1.-М.: Мир, 1972.

2. Моноиды.

План работы:

1. Определение моноидов.
2. Примеры моноидов.
3. Основные свойства моноидов.

Рекомендуемая литература:

1. Александров П.С. Введение в теорию групп – М.: Наука (Б-ка «Квант»). Вып. 7).- 1980.- 144 с.

3. Симметрическая группа подстановок четвертой степени.

План работы:

1. Составление таблицы Кэли для симметрической группы подстановок четвертой степени.
2. Нахождение подгрупп симметрической группы подстановок четвертой степени.
3. Основные свойства симметрической группы подстановок четвертой степени.

Рекомендуемая литература:

1. Александров П.С. Введение в теорию групп – М.: Наука (Б-ка «Квант»). Вып. 7).- 1980.- 144 с.

4. Конечные группы.

План работы:

1. Определение конечной группы.
2. Примеры конечных групп.
3. Основные свойства конечных групп.

Рекомендуемая литература:

1. Александров П.С. Введение в теорию групп – М.: Наука (Б-ка «Квант»). Вып. 7).- 1980.- 144 с.

5. Бесконечные группы.

План работы:

1. Определение бесконечной группы.
2. Примеры бесконечных групп.
3. Основные свойства бесконечных групп.

Рекомендуемая литература:

1. Александров П.С. Введение в теорию групп – М.: Наука (Б-ка «Квант». Вып. 7).- 1980.- 144 с.

6. Эварист Галуа – основатель теории групп

План работы:

1. Краткая биографическая справка.
2. Основные понятия теории Галуа.
3. Вклад Галуа в создание современной алгебры.

Рекомендуемая литература:

1. Глейзер Г.И. История математики в школе. 9-10 к.: пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1983. С. 188-190.
2. Дальма А. Эварист Галуа, революционер и математик. Пер. с франц. -2-е изд. – М.: Наука, 1984.-112 с.
3. Соловьев Ю.П. Эварист Галуа / В кн. «Рассказы о математике и математиках» /Сост. С.М. Львовский. – М.: МЦНМО, 2000. – С.80-90.

7. Орбиты группы перестановок.

План работы:

1. Определение орбиты группы. Примеры.
2. Доказательство существования орбит для каждой группы.
3. Нахождение длины орбиты.
4. Лемма Бернсайда.

Рекомендуемая литература:

1. Калужнин Л.А., Суцанский В.И. Преобразования и перестановки: пер. с укр. – М.: Наука. – 1979. – С. 67 -72.

8. Разрешимая группа.

План работы:

1. Определение коммутатора элементов группы. Примеры.
2. Определение производной группы для группы .
3. Нахождение коммутаторов симметрической группы 3 порядка и 4 порядков.
4. Определение разрешимой группы.
5. Основная теорема теории Галуа.

Рекомендуемая литература:

1. Соловьев Ю.П. Эварист Галуа / В кн. «Рассказы о математике и математиках» /Сост. С.М. Львовский. – М.: МЦНМО, 2000. – С.88-90.