**МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ГОРОДСКОГО ОКРУГА ТОЛЬЯТТИ
«ШКОЛА С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ ОТДЕЛЬНЫХ ПРЕДМЕТОВ № 10»**

Аннотация к программе платных образовательных услуг «Интеллектуальные игры по математике» для 5 класса

Тольятти

Пояснительная записка.

Курс «Интеллектуальные игры по математике» предназначен для учащихся 5 классов и ориентирован на углубленное изучение математики учащимися.

Углубленное изучение математики предусматривает формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету ,выявление и развитие математических способностей. Изучение математики тяжелый труд, требующий усердия, внимания. Игровой метод изучения позволяет сделать этот труд более интересным и познавательным. Логические игры и задачи помогут проверить знания, смекалку , находчивость. Для поддержания и развития интереса к предмету уже в 5 классе учащиеся знакомятся с системами счисления ,бесконечными множествами.

Основные цели курса:

-развивать интерес учащихся к математике через игру;
-способствовать развитию логического мышления ;
-расширять математический кругозор;
-обеспечить прочное и сознательное усвоение учащимися системы основных математических знаний и умений.

Основные задачи курса:

-обеспечить прочное и сознательное усвоение учащимися системы основных математических знаний и умений;
-познакомить с множеством простых и составных чисел;
-развивать навыки работы в различных системах счисления,
-познакомить учащихся с с различными числами и закономерностями
-сформировать представление о математике как об языке ,описывающем закономерности реального мира.

Программа знакомит учащихся с элементами традиционной программы, изучаемых в 7- 11 классах, и наряду с этим ,с элементами углубленного изучения (конечные и бесконечные множества).Весь материал включает в себя информацию за пределами школьной программы.

Курс рассчитан на 34 часа в год или 1 час в неделю.

Срок реализации данной программы один учебный год.

В результате изучения курса учащиеся должны **знать:**

- Числа Фибоначчи, совершенные числа,;
- простые и составные числа.
- НОД чисел;
- основные системы счисления

Актуальность и новизна.

Структура программы содержит 3 раздела

1.Мир чисел.

Основная цель - расширить и углубить знания о числах через игру ,повысить интерес к математике ,развитие любознательности.

2.Простые и составные числа.

Основная цель - расширить и углубить знания о множествах простых и составных чисел, взаимно-однозначном соответствии. Изучение алгоритма Евклида рассматривается с целью применения его при решении диофантовых уравнений.

3.Системы счисления.

Основная цель- знакомство с позиционными системами счисления: двоичная, троичная системы , изучение действий с d- ичными числами, перевода из десятичной в d-ичную систему, расширение знаний учащихся по применению позиционных систем при решении задач.

- находить НОД числа с помощью алгоритма Евклида;;
-решать неопределенные уравнения;
-переходить из одной системы счисления в другую;
-проводить арифметические операции в разных системах счи
сления.

Изучение каждой темы курса начинается с лекции. Далее учащиеся с помощью учителя решают задачи по данной теме (семинары) и в конце занятия получают домашнее задание. После изучения каждого раздела проводится зачет.

Содержание курса предполагает самостоятельную подготовку учащихся : работу с разными источниками информации (справочные пособия, учебная литература, Интернет и т.д.). Содержание каждого раздела курса включает в себя самостоятельную (индивидуальную, групповую,
коллективную) работу учащихся, что позволяет формировать навыки коллективной работы , работы в группах разного уровня , развивать коммуникативные способности.

Курс «Интеллекутальные игры по математике», предназначенный для учащихся 5 классов, представляется особенно актуальным , так как вооружает учащихся знаниями по темам: «Мир чисел»,»Простые и составные числа», «Системы счисления».Эти математические знания необходимы для дальнейшего изучения математики.
Новизна куса состоит в том, что все занятия проходят сквозь призму игры.

Первоначальный этап углубленного изучения математики , в основном, является ориентационным. На этом этапе углубленное изучение должно помочь учащемуся сделать сознательный выбор в пользу дальнейшего углубленного или традиционного изучения математики Результатом изучения курса должно стать умение применять изученные методы к самостоятельному решению задач .Эта цель достигается формированием на более высоком уровне умений и навыков решения задач повышенной сложности , по сравнению с обязательным уровнем.

Режим занятий: 1 раз в неделю по 40 минут
Программа рассчитана на 1 год, 34 часов.
Наполняемость групп – от 12 человек
Форма обучения – очная
Занятия проводятся по желанию учащихся и их семей и направлены на реализацию различных форм ее организации, отличных от урочной системы обучения.
Направленность дополнительной образовательной программы научно-познавательная
Формы занятий:
- лекции;
- практические занятия, дидактических и раздаточных материалов.
- самостоятельная работа (индивидуальная и групповая);

Возраст воспитанников – 12 – 135 лет. (5 класс)
Основные методы и технологии
- технология разноуровневого обучения;
- развивающее обучение;
- технология обучения в сотрудничестве;
- коммуникативная технология.

Выбор технологий и методик обусловлен необходимостью дифференциации и индивидуализации обучения в целях развития универсальных учебных действий и личностных качеств школьника.
Формы контроля знаний учащихся:
-практическая работа индивидуальная, в паре или группе;
-тест;

-творческие работы учащихся;
-ИГРА.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Программа позволяет добиться следующих лич-ностных, метапредметных и предметных результатов.

Личностные результаты:

У учащихся могут быть сформированы:

- готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самообразованию;
- способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;
- умение высказывать своё мнение и аргументировать его;
- сформированность мотивации к учению и познанию;
- коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве со сверстни-ками в образовательной, исследовательской и творческой деятельности;
- волевые качества, настойчивость, готовность преодолевать интеллектуальные и технические трудности;
- критичность мышления, умение распознавать логически некорректные вы-сказывания и рассуждения;
- креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических и иных задач.

Метапредметными результатами программы внеурочной деятельности является формирование следующих универсальных учебных действий (УУД):

Регулятивные УУД:

Учащиеся получат возможность научиться:

- определять и формулировать цель деятельности на уроке с помощью учителя;
- составлять план и проговаривать последовательность действий;
- выбирать действия в соответствии с поставленной задачей и условиями ее реализации;
- адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения;
- уметь высказывать своё предположение (версию) на основе работы с иллю-страцией, работать по предложенному учителем плану (средством формиро-вания этих действий служит технология проблемного диалога на этапе изучения нового материала);
- учиться совместно с учителем и другими учениками давать эмоциональную оценку деятельности класса на уроке (средством формирования этих дей-ствий служит технология оценивания образовательных достижений).

Познавательные УУД:

Учащиеся получат возможность научиться:

- самостоятельно выделять и формулировать познавательную цель;
- использовать общие приемы решения задач, применять правила и пользо-ваться инструкциями и основными закономерностями;
- добывать новые знания: находить ответы на вопросы, используя книги, жур-налы, интернет, свой жизненный опыт и информацию, полученную на уро-ке;
- перерабатывать полученную информацию: делать выводы в результате сов-местной работы всего класса;
- преобразовывать информацию из одной формы в другую: составлять расска-зы на основе простейших моделей (предметных, рисунков, схематических рисунков, схем); находить и формулировать решение задачи с помощью про-стейших моделей (средством формирования этих действий служит учебный материал и ориентированные на линии развития средствами предмета).

Коммуникативные УУД:

Учащиеся научатся:
- умение донести свою позицию до других: оформлять свою мысль в устной и письменной речи (на уровне одного предложения или небольшого текста);
- слушать и понимать речь других (средством формирования этих действий служит технология проблемного диалога);
- совместно договариваться о правилах общения и поведения в школе и следо-вать им;
- учиться выполнять различные роли в группе (лидера, исполнителя, критика) (средством формирования этих действий служит организация работы в парах и малых группах).

Предметные результаты:
По окончании изучения данного курса учащиеся должны:
- способы решения линейных уравнений и неравенств с параметрами;
- способы решения уравнений и неравенств второй степени с параметрами;
- замечательные точки треугольника и их свойства;
- геометрические преобразования фигур и их свойства;

Учебно-тематический план:

№	Наименование тем курса	Кол-во часов	Форма проведения
1.Мир чисел (10 часов).			
1	Числа правят миром. Числа -великаны. **Игра « Отгадай задуманное число»**	1	Лекция-беседа.Игра
2	Легенда о шахматной доске. **Игра: Количество зерен.**	1	Инсцеировка. Игра.
3	Числа – карлики.	1	0,5 лекция 0,5 семинар
4	Многоугольные числа.	1	Семинар
5	Абсурдные числа (понятие отрицательных чисел). Действия чисел с ними. **Игра: Таблица сложения абсурдных чисел.**	1	Лекция . Игра.
6	Совершенные числа и дружественные. Числа-близнецы.	1	0,5 лекция 0,5 семинар
7	Числа-Фибоначчи. **Игра: кролики**.	1	Лекция.Игра.
8	Магические квадраты. **Игра: фокусы с матрицами**.	1	Практикум.Игра.
9	Арифметика остатков. **Игры на четность и нечетность.**	1	Лекция. Игра.
10	Зачет по теме «Мир чисел»	1	
2.Простые и составные числа (10 часов).			
1	Конечные и бесконечные множества. Пересечение и объединение множеств. **Игра «Логические кубики»**	1	Лекция, Игра.
2	Подмножества. Решение логических задач с помощью кругов Эйлера. **Игра: три деревни, три села (пересечение множеств).**	1	Лекция. Игра.
3	Множество простых и составных чисел. Свойства простых чисел. Взаимно-однозначное соответствие. Парадоксы бесконечного. **Игра «Кладоискатели»**	1	Лекция. Игра.
4	Наибольший общий делитель .Алгоритм Евклида.	1	0,5 лекция

			0,5 семинар
5	Применение алгоритма Евклида при решении уравнений. Неопределенные уравнения.	3	Практикум
6	Основная теорема арифметики. Применение уравнений с несколькими переменными к решению задач.	1	0,5 лекция 0,5 семинар
7	Некоторые нерешенные проблемы. Проблема Гольдбаха.	1	Лекция
8	Зачет по теме «Простые и составные числа»	1	
3.Системы счисления (14 часов).			
1	Происхождение десятичной системы счисления. Другие системы счисления их происхождение. Позиционные и непозиционные системы счисления.	1	Лекция
2	**Двоичная система счисления. Действия сложения, умножения с двоичными числами. Двоичный фокус.** Игра: угадай число**.**	2	Семинар Игра
3	Перевод из десятичной в двоичную систему счисления. Перевод из двоичной в десятичную систему счисления.	1	практикум
4	Троичная система счисления. Действия сложения ,умножения с троичными числами. Перевод из десятичной в троичную систему счисления	1	Семинар
5	Уравновешенная троичная система. **Троичный фокус.**	1	Семинар.Игра.
6	Пятеричная система счисления. Действия сложения ,умножения с пятеричными числами. Перевод из десятичной в пятеричную систему счисления. **Конкурс « Расшифруй автобиографию».**	1	Практикум Игра.
7	d- ичные системы счисления. Перевод числа из десятичной в d- ичную систему. Действия с d-ичными числами. **Игра «Ним».**	1	Практикум Игра.
8	Применение позиционных систем при решении задач на взвешивание, кодирование, отгадывание задуманных чисел.	2	Практикум
9	**Игра: странная арифметика**	1	Игра
10	Двенадцатиричная система счисления. Действия сложения ,умножения с двенадцатиричными числами.	1	0,5 лекция 0,5 семинар
11	Шестидесятиричная система счисления. Действия сложения ,умножения. **Игра «Поиск предмета»**	1	Лекция. Игра.
12	Зачет по теме «Системы счисления»	1	

Содержание курса

Содержание предлагаемого курса включает в себя три раздела:

- Мир чисел.
- Простые и составные числа.
- Системы счисления.

Главное назначение первого раздела – изучение различных видов чисел, их применение в практической деятельности человека.

Второй раздел включает в себя изучение простых и составных чисел, изучение множеств и действия с ними. Усвоение материала проходит через игру .

В третьем разделе рассматриваются различные системы счисления и действия с числами в них.

Содержание курса включает в себя изучение следующих вопросов:

Раздел 1. Мир чисел

Тема 1. Числа великаны и числа карлики..

Числа правят миром. Числа -великаны. Игра «Отгадай задуманное число». Легенда о шахматной доске. Игра: количество зерен. Числа – карлики.

В форме беседы приводятся примеры чисел великанов и карликов.. Инсценировка легенды о шахматной доске.

Можно провести игру: количество зерен.

Задание группам : кто быстрее сосчитает количество зерен на 8 , 9,10 клетках.

Тема 2. Целые числа.

Многоугольные числа.

Абсурдные числа (понятие отрицательных чисел). Действия чисел с ними. Игра: Таблица сложения абсурдных чисел.

Совершенные числа и дружественные числа.

Числа-близнецы.

Числа-Фибоначчи. Игра: кролики.

Занятия проводится в форме беседы, семинара. Учащиеся знакомятся с основными видами чисел. Материал закрепляется через игру.

Тема 3.Магические квадраты

Магические квадраты. Игра: фокусы с матрицами.

Учащиеся знакомятся с магическими квадратами и их свойствами.

Занятие проводится в форме игры

Тема 4.Арифметика остатков.

Алгоритмы решения уравнений, содержащих дробную часть числа.

Игра на четность и нечетн6ость.

Лекционно-игровое занятие

Раздел 2. Простые и составные числа.

Тема 1.Понятие множества.

Конечные и бесконечные множества. Пересечение и объединение множеств. Игра «Логические кубики

Подмножества. Решение логических задач с помощью кругов Эйлера . Игра: три деревни, три села(пересечение множеств).

Занятие проводится в форме беседы и игры.

Тема 2. Простые и составные числа.

Множество простых и составных чисел. Свойства простых чисел. Взаимно-однозначное соответствие.

Парадоксы бесконечного**.** Игра «Кладоискатели.

Занятие проводится в форме беседы и игры.

Тема 3.Неопределенные уравнения.

Наибольший общий делитель .Алгоритм Евклида.

Применение алгоритма Евклида при решении уравнений .Неопределенные уравнения. Основная теорема арифметики. Применение уравнений с несколькими переменными к решению задач. Некоторые нерешенные проблемы. Проблема Гольдбаха.

Занятия проводятся в форме защиты проектов, самостоятельного исследования учащихся.

Раздел 3. Системы счисления.
Тема 1. Различные системы счисления.
Происхождение десятичной системы счисления.
Другие системы счисления их происхождение.
Позиционные и непозиционные системы счисления.

Лекционно-семинарское занятие.

Тема 2.Двоичная система счисления.
Двоичная система счисления. Действия сложения, умножения с двоичными числами. Перевод из десятичной в двоичную систему счисления. Двоичный фокус. Игра : угадай число.

Лекционно-семинарское занятие заканчивается игрой.

Тема 3. d- ичные системы счисления.
Троичная система счисления. Действия сложения ,умножения с троичными числами.
Перевод из десятичной в троичную систему счисления Уравновешенная троичная система. Троичный фокус.
Пятеричная система счисления. Действия сложения ,умножения с пятеричными числами.
Перевод из десятичной в пятеричную систему счисления. Конкурс « Расшифруй автобиографию».
d- ичные системы счисления. Перевод числа из десятичной в d- ичную систему. Действия с d-ичными числами.
Игра «Ним».
Применение позиционных систем при решении задач на взвешивание ,кодирование, отгадывание задуманных чисел. Игра: странная арифметика. Двенадцатиричная система счисления. Действия сложения ,умножения с двенадцатиричными числами.
Шестидесятиричная система счисления. Действия сложения ,умножения.
Игра «Поиск предмета».

Занятия проходят в форме практикума и заканчиваются игрой.

Методическое обеспечение программы.

В рамках изучения данного курса целесообразно использовать различные формы организации деятельности учащихся. Занятия можно проводить в форме лекций, бесед, семинаров, практикумов по решению задач, в форме игры.
Материалы курса представлены в диалогической форме, что предполагает совместную работу учеников, работу ученика и учителя , а также активную самостоятельную деятельность , опирающуюся на собственный опыт ученика.
Каждую тему можно начинать с исторического материала.

Раздел 1. Мир чисел
Лекционный материал по теме :Великаны в мире чисел.

Мы часто называем слова «миллион» и «миллиард», не задумываясь над тем, откуда они появились и как они велики.

Слово «миллион» возникло в Италии в 1500 году. По преданию, его произнес впервые итальянский купец Марио Поло, который по возвращению из Юго-Восточной Азии рассказал слушателям о несчетных богатствах Индии и Китая, вместо «милле» (тысяча) употребил слово «миллионе» , что по –русски значит «Большая тысяча» или « тысяча тысяч». С тех пор тысячу тысяч и стали называть «миллион".

Что такое миллион? Можете ли вы представить себе это число?
Если увеличить обыкновенного комара в миллион раз, то он станет длиной почти в 5 км, так как длина комара около 5 мм. Если же человека увеличить в миллион раз , то он достигнет роста 1700 км, то есть если ноги его будут в Крыму, то голова окажется в Петербурге.

Чтобы перелистать книгу в миллион страниц надо… Как вы думаете, сколько времени понадобится? Пусть мы можем в минуту перелистывать по 80 страниц , в день мы будем работать по 8 часов , значит, за один день мы успеем перелистать 38400 страниц, поэтому, , для того, чтобы пе5релистать все страницы этой книги надо 1000000 : 38400 = 25 дней.

Чтобы досчитать от 1 до 1000000 понадобится 11 суток 13 часов 46 минут 40 секунд, если в секунду называть по одному числу, поэтому не случайно никто и не считает до миллиона.

32 тетради лежат в стопке высотой в 5 см. Какой высоты будет столб, если положить 1000000 тетрадей? 1000000 :? 32 =1,6 км.

Муха, увеличенная в миллион раз, могла бы покрыть свои телом Москву.

Книга в миллион страниц имела бы толщину в 50 метров.

Миллион людей, взявшись за руки, образовали бы цепь, начало которой было бы в Киеве, а конец в Архангельске.
Нам кажется , что миллион и миллиард числа очень большие и близкие по величине. Так ли это ?

Чтобы перелистать книгу в миллиард страниц надо на 25 дней, а число страниц в 1000 раз больше, то есть 25000 дней , значит, около 70 лет (25000 : 360),то есть такую книгу надо перелистывать всю жизнь.

Если выстроить миллиард человек, построенных плечом к плечу , они займут 500000 км, то есть 12,5 раз эта шеренга обернется вокруг земного шара по экватору.
В начале 20 века почтальоны разносили почту по квартирам , и для этого им приходилось подниматься на самые высокие этажи. Какое расстояние они проходили и проезжали на лифте. Если считать, что у почтальона рабочий день 6 часов, а ходит он со скоростью 4 км в час, то за день почтальон проходит 24 км. А за год 7200 км(300 дней), а за 30 лет работы – 216000 км, то есть проходит 5 раз вокруг экватора.

Особенно большие числа встречаются в астрономии. Здесь расстояния измеряются биллионами, триллионами, квадриллионами, и т.д., то есть числами , которые записываются десятью и более цифрами. Запись таких чисел неудобна, так как занимает много места и не наглядна. Поэтому ввели новую единицу длины- световой год(это расстояние , которое проходит свет за один год). Это расстояние примерно равно 9000000000000 км.. Световой год представить наглядно трудно, так как за одну секунду луч света пробегает расстояние в 300000 км. Значит, от Солнца до Земли луч света проходит за 8 минут.

Игра « Отгадай число».
Задумайте любое число, умножьте его на 2, прибавьте 1, полученный результат увеличьте в 5 раз, вычтите 4, умножьте на 2. Что у вас получилось? По полученному числу можно найти задуманное число. Как это сделать?
Объяснение. Если от от задуманного числа отнять 2, а затем разделить полученное число на 20, то получим задуманное число, так как , если х- задуманное число, то $(5 \bullet (2x + 1) – 4) \bullet 2 = 20x + 2$.

Задание классу. Придумать свою игру « Отгадай число».

В паре проиграть ее.

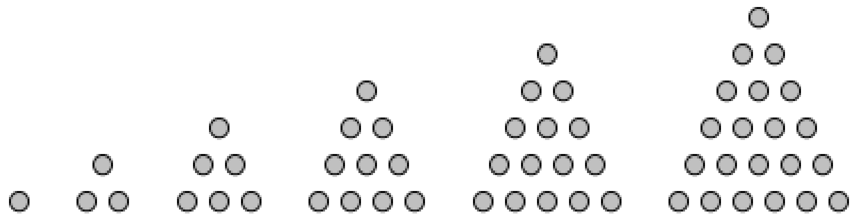
Сообщения учащихся :
1.Числа, записываемые десятью и более цифрами.
2.Из истории больших чисел.

Задание на дом.
1. От Москвы до Тольятти (около 1000 км) можно доехать на поезде за 16 часов.
а. Сколько секунд вам понадобится?
От Земли до Луны можно долететь на ракете тоже за 16 часов.
б. Во сколько раз скорость ракеты больше скорости поезда?
2.Напишите подряд в строчку одно за другим 10 первых простых чисел в порядке возрастания. В полученном многозначном числе зачеркните половину цифр так, чтобы число, образованное остальными цифрами, было :а) наименьшим, б) наибольшим.

Лекционный материал по теме : «Целые числа».
Многоугольные числа.
2-3 тысячи лет до нашей эры в Индии и Вавилоне большинство сооружений делалось из плит, и форма сооружения была разная- треугольная, квадратная, многоугольная. Строителям приходилось постоянно решать задачу о том, сколько надо плит для построения соответствующей фигуры.В дальнейшем, эта задача привела ученых к изучению свойств различных последовательностей.

Выкладывая различные правильные многоугольники, мы получаем разные классы многоугольных чисел:

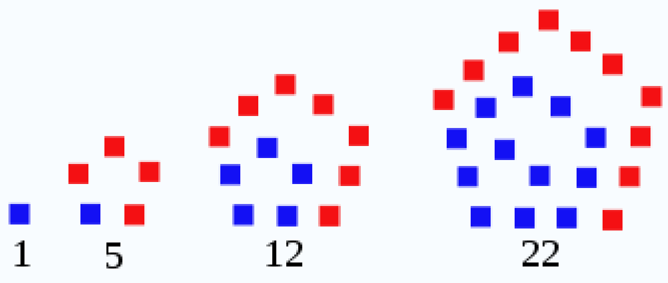
Треугольные числа: 1,3,6,10,15,…



Квадратные числа::1,4,9,16,…

- Квадратные числа представляют собой произведение двух одинаковых чисел, то есть являются полными квадратами:

  1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ..., n^2, ...



- Пятиугольные числа:

  1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117, 145, ..., $\frac{n(3n-1)}{2}$, ... (последовательность A000326 в OEIS)

- *k*-угольные числа:

  1, *k*, ..., $n+(k-2)\frac{n(n-1)}{2}$, ...

Предположительно от фигурных чисел возникло выражение: «Возвести число в квадрат или в куб».

Фигурные числа, по мнению пифагорейцев, играют важную роль в структуре мироздания. О них много говорится в пифагорейских учебниках арифметики, созданных Никомахом Геразским и Теоном Смирнским. Изучением фигурных чисел занимались многие математики античности: Эратосфен, Гипсикл, Диофант Александрийский и другие. Последний написал большое исследование о свойствах многоугольных чисел, фрагменты которого дошли до наших дней.

Большой интерес к фигурным числам проявляли индийские математики.

В Новое время многоугольными числами занимались Ферма, Эйлер, Лагранж, Гаусс и другие. Ферма сформулировал (1670) так называемую «золотую теорему»:

- Всякое натуральное число — либо треугольное, либо сумма двух или трёх треугольных чисел;
- Всякое натуральное число — либо квадратное, либо сумма двух, трёх или четырёх квадратных чисел;
- Всякое натуральное число — либо пятиугольное, либо сумма от двух до пяти пятиугольных чисел:
- и т. д.

Этой теоремой занимались многие выдающиеся математики, полное доказательство сумел дать Коши в 1813 году

Задание классу:
1. Изобразите в виде точек несколько пятиугольных и шестиугольных чисел.

Совершенные числа

Совершенное числó — натуральное число, равное сумме всех своих собственных делителей (т. е. всех положительных делителей, отличных от самогó числа).

Первое совершенное число — 6 (1 + 2 + 3 = 6), следующее — 28 (1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28). По мере того как натуральные числа возрастают, совершенные числа встречаются всё реже. Третье совершенное число — 496, четвёртое — 8128, пятое — 33 550 336, шестое — 8 589 869 056

Первые четыре совершенных числа приведены в *Арифметике* Никомаха Геразского. Пятое совершенное число 33550336 обнаружил немецкий математик Региомонтан (XV век). В XVI веке немецкий ученый Шейбель нашел еще два совершенных числа: 8589869056 и 137438691328. Они соответствуют p = 17 и p = 19. В начале XX в. были найдены еще 3 совершенных числа (для p = 89, 107 и 127). В дальнейшем поиск затормозился вплоть до середины XX в., когда с появлением компьютеров стали возможными вычисления, ранее превосходившие человеческие возможности. На октябрь 2008 г. известно 46 чётных совершенных числа, поиском новых таких чисел занимается проект распределённых вычислений GIMPS.

Нечётных совершенных чисел до сих пор не обнаружено, однако не доказано и то, что их не существует. Неизвестно также, бесконечно ли множество всех совершенных чисел.

Доказано, что нечётное совершенное число, если оно существует, имеет не менее 9 различных простых делителей и не менее 75 простых делителей с учетом кратности. Поиском нечётных совершенных чисел занимается проект распределённых вычислений OddPerfect.org.

Все чётные совершенные числа (кроме 6) являются суммой кубов последовательных нечётных натуральных чисел: ($1^3 + 3^3 + 5^3 + \ldots$).

Все чётные совершенные числа являются треугольными числами; кроме того, они являются шестиугольными числами, то есть могут быть представлены в виде n(2n−1).

Сумма всех чисел, обратных делителям совершенного числа (включая его самого), равна 2.

Все чётные совершенные числа (кроме 6) заканчиваются в десятичной записи на 16, 28, 36, 56, 76 или 96.

Совершенный характер чисел 6 и 28 был признан многими культурами, обратившими внимание на то, что Луна совершает оборот вокруг Земли каждые 28 дней,

1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, ..., $\frac{n(n+1)}{2}$, ...

Чи́сла Фибона́ччи — элементы числовой последовательности

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597 … (последовательность A000045 в OEIS)

в которой каждое последующее число равно сумме двух предыдущих чисел. Название по имени средневекового математика Леонардо Пизанского (или Фибоначчи) [1].

Более формально, последовательность чисел Фибоначчи $\{F_n\}$задается рекуррентным соотношением:

$$F_1 = 1, \quad F_2 = 1, \quad F_{n+1} = F_n + F_{n-1} \quad n \in \mathbb{N}.$$

На Западе эта последовательность была исследована Леонардо Пизанским, известным как Фибоначчи, в его труде «Liber Abaci» (1202). Он рассматривает развитие идеализированной (биологически нереальной) популяции кроликов, предполагая что:

- В «нулевом» месяце имеется пара кроликов (0 новых пар).
- В первом месяце первая пара производит на свет другую пару (1 новая пара).
- Во втором месяце обе пары кроликов порождают другие пары и первая пара погибает (1 новая пара).
- В третьем месяце вторая пара и две новые пары порождают в общем три новые пары, а старая вторая пара погибает (2 новые пары).

Закономерным является тот факт, что каждая пара кроликов порождает ещё две пары на протяжении жизни, а затем погибает.

Пусть популяция за месяц *n* будет равна *F(n)*. В это время только те кролики, которые жили в месяце *n-2*, являются способными к размножению и производят потомков, тогда *F(n-2)* пар прибавится к текущей популяции *F(n-1)*. Таким образом общее количество пар будет равно *F(n) = F(n — 1) + F(n — 2).*

Игра: кролики. Составить схему рождения кроликов в 10 месяце.

Раздел 3. Системы счисления.
Лекционный материал по теме1. Происхождение десятичной системы счисления. Различные системы счисления.
Позиционные и непозиционные системы счисления

Десяти́чная систе́ма счисле́ния — позиционная система счисления по целочисленному основанию 10. Одна из наиболее распространённых систем счисления в мире. Для записи чисел наиболее часто используются символы 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, называемые арабскими цифрами.

Предполагается, что основание 10 связано с количеством пальцев рук у человека.

Древнейшая известная запись позиционной десятичной системы обнаружена в Индии, в 595 г. Нуль в то время применялся не только в Индии, но и в Китае. В этих старинных системах, для записи одинакового числа использовались символы, рядом с которыми дополнительно помечали, в каком разряде они стоят. Потом перестали помечать разряды, но число всё равно можно прочитать, так как у каждого разряда есть своя позиция. А если позиция пустая, её нужно пометить нулём. В поздних вавилонских текстах такой знак стал появляться, но в конце числа его не ставили. Лишь в Индии нуль окончательно занял своё место, эта запись распространилась затем по всему миру.

Индийская нумерация пришла сначала в арабские страны, затем и в Западную Европу. О ней рассказал среднеазиатский математик аль-Хорезми. Простые и удобные правила сложения и вычитания чисел, записанных в позиционной системе, сделали её особенно популярной. А поскольку труд аль-Хорезми был написан на арабском, то за индийской нумерацией в Европе закрепилось неправильное название — «арабская».

Один десятичный разряд (дес.р) в десятичной системе счисления называется декада, децит.[источник не указан 91 день]

В позиционных системах счисления один и тот же числовой знак (цифра) в записи числа имеет различные значения в зависимости от того места (разряда), где он расположен. Изобретение позиционной нумерации, основанной на поместном значении цифр, приписывается шумерам и вавилонянам; развита была такая нумерация индусами и имела неоценимые последствия в истории человеческой цивилизации. К числу таких систем относится современная десятичная система счисления, возникновение которой связано со счётом на пальцах. В средневековой Европе она появилась через итальянских купцов, в свою очередь заимствовавших её у мусульман.

Каждая позиционная система счисления определяется некоторым целым числом $b > 1$ (т. н. **основание системы счисления**) таким, что b единиц в каждом разряде объединяется в одну единицу следующего по старшинству разряда. Система счисления с основанием b также называется ***b*-ричной**.

Целое число x в b-ричной показательной системе счисления представляется в виде конечной линейной комбинации степеней числа b:

$x = \sum_{k=0}^{n-1} a_k b^k$, где a_k — это целые числа, называемые **цифрами**, удовлетворяющие неравенству $0 \leq a_k < b$.

Каждая степень b^k в такой записи называется b-ричным **разрядом**, старшинство разрядов и соответствующих им цифр определяется значением показателя k. Обычно для ненулевого числа x требуют, чтобы старшая цифра a_{n-1} в b-ричном представлении x была также ненулевой.

Если не возникает разночтений (например, когда все цифры представляются в виде уникальных письменных знаков), число x записывают в виде последовательности его b-ричных цифр, перечисляемых по убыванию старшинства разрядов слева направо:

$$x = a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_0.$$

Например, число *сто три* представляется в десятичной системе счисления в виде:

$$103 = 1 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0.$$

Наиболее употребимыми в настоящее время позиционными системами являются:

- 1 — единичная система счисления (как позиционная, может и не рассматриваться; счёт на пальцах, зарубки, узелки «на память» и др.),
- 2 — двоичная (в дискретной математике, информатике, программировании),
- 3 — троичная система счисления,
- 4 — четверичная система счисления, применяется в вычислительной технике[1],
- 10 — десятичная система счисления,
- 12 — двенадцатеричная система счисления (счёт дюжинами),
- 16 — шестнадцатеричная (наиболее часто используется в программировании, а также в шрифтах),

- 60 — шестидесятеричная (единицы измерения времени, измерение углов и, в частности, координат, долготы и широты).

Уна́рная систе́ма счисле́ния — не-позиционная ,положительная суммарная целочисленная система счисления с основанием равным 1.

Может рассматриваться и как вырожденная позиционная положительная целочисленная система счисления с основанием равным 1.В качестве единственной «цифры» используется зарубка или чёрточка (|).Особенностью такой системы является то, что если приписать к числу одну «цифру» (единицу), то число увеличивается лишь на эту единицу. (Для сравнения: если в обычной десятичной системе счисления к натуральному числу приписать справа 1, число увеличивается сразу в 10 раз — и плюс 1).Поэтому такая система записи чисел обычно применяется там, где идёт последовательное увеличение подсчитываемой величины, например: при счёте числа дней, количества одинаковых событий и т. п.

Вероятно, подобная система является древнейшей системой счисления в истории человечества, для примера можно привести Московский математический папирус, датируемый приблизительно 1850

Лекционный материал по теме 2.
Двоичная система счисления. Действия сложения, умножения с двоичными числами.

Двоичная система счисления — это позиционная система счисления с основанием 2. В этой системе счисления натуральные числа записываются с помощью всего лишь двух символов (в роли которых обычно выступают цифры 0 и 1).

Двоичная система используется в цифровых устройствах, поскольку является наиболее простой и соответствует требованиям:

- Чем меньше значений существует в системе, тем проще изготовить отдельные элементы, оперирующие этими значениями. В частности, две цифры двоичной системы счисления могут быть легко представлены многими физическими явлениями: есть ток — нет тока, индукция магнитного поля больше пороговой величины или нет и т. д.
- Двоичная арифметика является довольно простой. Простыми являются таблицы сложения и умножения — основных действий над числами.
- Возможно применение аппарата алгебры логики для выполнения побитовых операций над числами.

В цифровой электронике одному двоичному разряду в двоичной системе счисления соответствует[*источник не указан 90 дней*] один двоичный логический элемент (инвертор с логикой на входе) с двумя состояниями (открыт, закрыт).

Таблица сложения двоичных чисел

```
1 + 0 = 1
1 + 1 = 10
10 + 10 = 100
```

Таблица умножения двоичных чисел

```
0 • 0 = 0
0 • 1 = 0
1 • 0 = 0
1 • 1 = 1
```

Лекционный материал по теме 2.

Перевод из десятичной в двоичную систему счисления. Двоичный фокус. Игра : угадай число.

Для преобразования из двоичной системы в десятичную используют следующую таблицу степеней основания 2:

512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Начиная с цифры 1 все цифры умножаются на два. Точка, которая стоит после 1 называется двоичной точкой.

Преобразование двоичных чисел в десятичные

Допустим, вам дано двоичное число 110001. Для перевода в десятичное просто запишите его справа налево как сумму по разрядам следующим образом:

$$1\times2^0+0\times2^1+0\times2^2+0\times2^3+1\times2^4+1\times2^5 = 1\times1+0\times2+0\times4+0\times8+1\times16+1\times32 =$$

.

Можно записать это в виде таблицы следующим образом:

512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
				1	1	0	0	0	1
				+32	+16				+1

Точно так же, начиная с двоичной точки, двигайтесь справа налево. Под каждой двоичной единицей напишите её эквивалент в строчке ниже. Сложите получившиеся десятичные числа.
Таким образом, двоичное число 110001 равнозначно десятичному 49.

Преобразование методом Горнера

Для того, что бы преобразовывать числа из двоичной в десятичную систему данным методом, надо суммировать цифры слева-направо, умножая ранее полученный результат на основу системы (в данном случае 2). Например, двоичное число 1011011 переводится в десятичную систему так: 0*2+**1**=1 >> 1*2+**0**=2 >> 2*2+**1**=5 >> 5*2+**1**=11 >> 11*2+**0**=22 >> 22*2+**1**=45 >> 45*2+**1**=91 То есть в десятичной системе это число будет записано как 91.
Или число 101111 переводится в десятичную систему так: 0*2+**1**=1 >> 1*2+**0**=2 >> 2*2+**1**=5 >> 5*2+**1**=11 >> 11*2+**1**=23 >> 23*2+**1**=47 То есть в десятичной системе это число будет записано как 47.

Преобразование десятичных чисел в двоичные

Допустим, нам нужно перевести число 19 в двоичное. Вы можете воспользоваться следующей процедурой :

```
19 /2 = 9  с остатком 1
9  /2 = 4  с остатком 1
4  /2 = 2  с остатком 0
2  /2 = 1  с остатком 0
1  /2 = 0  с остатком 1
```

Итак, мы делим каждое частное на 2 и записываем в остаток 1 или 0. Продолжать деление надо пока в делимом не будет 1. Ставим числа из остатка друг за другом, начиная с конца. В результате получаем число 19 в двоичной записи (начиная с конца): 10011.

Лекционный материал по теме 3. d- ичные системы счисления.

Трои́чная систе́ма счисле́ния — позиционная целочисленная система счисления с основанием 3. Существует в двух вариантах: несимметричная (цифры 0, 1, 2) и симметричная (цифры −1, 0, 1).

В цифровой электронике, независимо от варианта троичной системы счисления, одному троичному разряду (тр) в троичной системе счисления соответствует один троичный триггер как минимум на трёх инверторах с логикой на входе или два двоичных триггера.

Примером представления чисел в троичной системе счисления может служить запись в этой системе целых положительных чисел:

Десятичное число	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Троичное число	0	1	2	10	11	12	20	21	22	100	101

Если в десятичной системе счисления имеется 10 цифр и веса соседних разрядов различаются в 10 раз (разряд единиц, разряд десятков, разряд сотен), то в троичной системе используются только три цифры и веса соседних разрядов различаются в три раза (разряд единиц, разряд троек, разряд девяток, …). Цифра 1, написанная первой левее запятой, обозначает единицу; эта же цифра, написанная второй левее запятой, обозначает тройку и т.д.

Двенадцатеричная система счисления — позиционная система счисления с целочисленным основанием 12. Используются цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B. Существует другая система обозначения, где для недостающих цифр используют не *A* и *B*, а *t* от (англ. *ten* десять) и *e* (от англ. *eleven* одиннадцать).

Число 12 могло бы быть очень удобным основанием системы счисления, так как оно делится без остатка на 2, 3, 4 и 6. Число же 10 — основание десятеричной системы счисления без остатка делится лишь на 2 и 5.

Двенадцатеричная система счисления возникла в древнем Шумере. Предполагается, что такая система возникала исходя из количества фаланг пальцев на руке при подсчёте их большим пальцем той же руки. Фаланги пальцев использовались как простейшие счёты (текущее состояние счёта засекалось большим пальцем), вместо загибания пальцев, принятого в европейской цивилизации. Некоторые народы Нигерии и Тибета используют двенадцатеричную систему счисления в настоящее время.

Так же существует гипотеза, что до 12 считали сидя, загибая не только 10 пальцев рук, но и 2 ноги. Хотя, возможно такое случалось, когда европейцам приходилось сталкиваться с восточным двенадцатеричным счётом.

Двенадцатые доли часто встречались и в европейских системах мер. У римлян стандартной дробью была унция (1/12). 1 английский пенс = 1/12 шиллинга, 1 дюйм = 1/12 фута и т. д.

Переход на двенадцатеричную систему счисления предлагался неоднократно. В XVII веке её сторонником был знаменитый французский естествоиспытатель Бюффон. Вольтер в «Истории Карла XII» утверждает, что этот монарх готовил указ о переходе на двенадцатеричную систему [1]. Во времена Великой французской революции была учреждена «Революционная комиссия по весам и мерам», которая длительный период рассматривала подобный проект, однако усилиями Лагранжа и других противников реформы дело удалось свернуть. В 1944 году было организовано «Двенадцатеричное общество Америки» (The Duodecimal Society of America), объединившее активных сторонников одноимённой системы счисления. Однако, главным аргументом против этого всегда служили огромные затраты и неизбежная путаница при переходе.

Элементом двенадцатеричной системы в современности может служить счёт дюжинами. Первые три степени числа 12 имеют собственные названия:

- 1 дюжина = 12 штук
- 1 гросс = 12 дюжин = 144 штуки
- 1 масса = 12 гроссов = 1728 штук

Двенадцатеричная система счисления упоминается и в фантастической литературе:

- применяется эльфами в книгах Дж. Р. Р. Толкина.
- используется расой, заселившей Землю, после экспансии людей в галактику в романе Уолтера Миллера «Банк крови».
- используется людьми будущего в романе Герберта Уэллса «Когда спящий проснётся», новелле Гарри Гаррисона «История конца» и рассказе Джеймса Блиша «Маникюр».

[

Шестидесятери́чная систе́ма счисле́ния — позиционная система счисления по целочисленному основанию 60. Использовалась в древние времена на Ближнем Востоке.

Исторический очерк

Происхождение шестидесятеричной системы неясно. Возможно, она связана с двенадцатеричной системой счисления (60 = 5×12, где 5 — число пальцев на руке). Существует также гипотеза О. Нейгебауэра [1] (1927) о том, что после аккадского завоевания шумерского государства там долгое время одновременно существовали две денежно-весовые единицы: шекель (сикль) и мина, причём было установлено их соотношение 1 мина = 60 шекелей. Позднее это деление стало привычным и породило соответствующую систему записи любых чисел.

Вавилонское государство также унаследовало шестидесятеричную систему и передало её, вместе с таблицами наблюдений за небом, греческим астрономам. В более позднее время шестидесятеричная система использовалась арабами, а также древними и средневековыми астрономами, в первую очередь, для представления дробей. Поэтому средневековые учёные часто называли шестидесятеричные дроби «астрономическими».

В XIII веке влиятельный ректор Парижского университета Пётр Филомен (он же Petrus de Dacia, то есть датчанин) выступил за повсеместное внедрение шестидесятеричной системы в Европе. В XV веке с аналогичным призывом выступил Иоганн Гмунден, профессор математики Венского университета. Обе инициативы остались без последствий.

Начиная с XVI века, десятичные дроби в Европе полностью вытесняют шестидесятеричные. Сейчас остатки шестидесятеричной системы используются в измерении углов и времени.

Структура шестидесятеричного числа

Первый шестидесятеричный знак после запятой называется *минута* (′), второй — *секунда* (″). Ранее использовались названия *терция* (‴) для третьего знака, *кварта* (^{IV}) для четвёртого знака, *квинта* (^{V}) для пятого знака и т. д. Название «минута» происходит от того же слова, что и «минимум» — обозначает «малая часть», а «секунда», «терция» и остальные являются порядковыми — «второе» деление на части, «третье» деление на части и т. п. Частей традиционно берётся по 60.

Примеры использования

- 1 радиан ≈ 57°17′45″ = $57+\frac{17}{60}+\frac{45}{60^2}$ градусов.
- Николай Коперник в знаменитой работе «О вращениях небесных сфер» даёт значение сидерического года 365;15′24″10‴ дней, приблизительно 365,25671 дней.

Дидактический материал «Интеллектуальные игры»

1.Игра «Отгадай задуманное число».

Задумайте любое число, умножьте его на 2, прибавьте 1, полученный результат увеличьте в 5 раз, вычтите 4, умножьте на 2. Что у вас получилось? По полученному числу можно найти задуманное число. Как это сделать?

Объяснение. Если от от задуманного числа отнять 2, а затем разделить полученное число на 20, то получим задуманное число, так как , если х- задуманное число, то $(5 \bullet (2x + 1) - 4) \bullet 2 = 20x + 2$.

2. Игра: количество зерен.

Задание группам : кто быстрее сосчитает количество зерен на 8 , 9,10 клетках из легенды о шахматной доске.

3.Игра: Таблица сложения абсурдных чисел (отрицательных)

4. Игра: кролики.

Составить схему рождения кроликов в 10 месяце(числа-Фибоначчи)

5.Игра: фокусы с матрицами.

6.Игра на четность и нечетность.

7. Игра «Логические кубики»

8.Игра: три деревни, три села(пересечение множеств).

9.Игра «Кладоискатели.

10.Двоичный фокус. Игра : угадай число.

11.Троичный фокус.

12.Конкурс « Расшифруй автобиографию».

13.Игра «Ним».

14.Игра: странная арифметика.

15.Игра «Поиск предмета».

Литература.

1.Энциклопедический словарь юного математика.
Составитель Савин А .П. ,» Педагогика», М,1989.

2.Энциклопедия для детей. Том 11.Математика . Аванта +,М,1998.

3.Я познаю мир. Детская энциклопедия . Составитель Савин А.П. Математика,М,АСТ,1998

4.Математические головоломки и развлечения . Гарднер М. Мир, М , 1971

5.Системы счисления .Популярные лекции по математике. Фомин С.В., Наука, М,1987

6.Факультативный курс по математике 7-9 .Составитель Никольская И.Л. Просвещение, 1991

7.Факультативный курс .Избранные вопросы математики 7-8 .Виленкин Н.Я. и др. Просвещение М.,1978 .

8. Сеть Интернет. Википедия.Свободная энциклопедия.